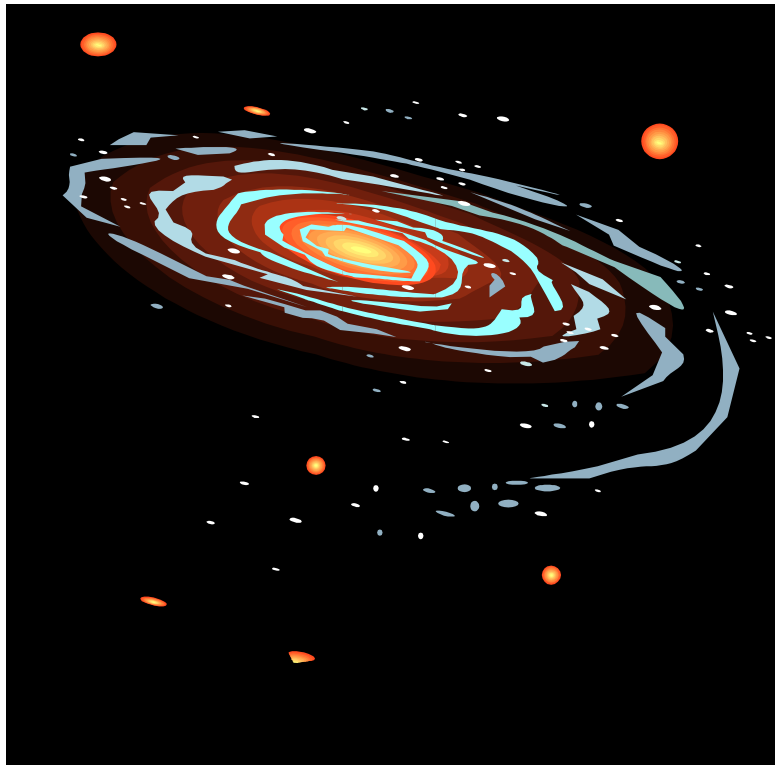


Dopplereffekt



Rødforskydning



© Erik Vestergaard

Dopplereffekt

Fænomenet *Dopplereffekt*, som vi skal beskrive i det følgende, blev først beskrevet af den østrigske matematiker og fysiker *Christian Johann Doppler* (1803 – 1853). Han argumenterede for, at hvis en stjerne bevæger sig bort fra observatøren, så vil *absorptionslinjerne* i spektret fra stjernen blive flyttet mod den røde del af spektret, dvs. mod lavere bølgelængder. Vi skal studere dette fænomen i denne note. Effekten forekommer imidlertid også i andre situationer end i tilfældet med *elektromagnetiske* bølger. Vi skal starte med at studere fænomenet i forbindelse med lydbølger.



1. Lydbølger

Se figurene på side 5: Figur 1 illustrerer et tilfælde, hvor både lyd giveren, for eksempel en højttaler, og lytteren står stille. Lyd giveren udsender lyd med en frekvens på f . I dette tilfælde vil lytteren også opleve lyden som havende en frekvens på f . De koncentriske cirkler med fælles centrum i lyd giveren skal egentlig symbolisere kugler, hvor der er bølgetoppe, dvs. afstanden mellem bølgetoppene vil være lig med *bølgelængden* λ .

På figur 2 bevæger lyd giveren sig i forhold til en stillestående person med en hastighed v , som er mindre end lydens hastighed v_{lyd} . Vi ser bevægelsen illustreret med nogle prikker afsat med indbyrdes tidsrum svarende til en svingningstid T . Dermed vil afstanden mellem prikkerne være lig med $\Delta x = v \cdot T$. Lyd giveren starter i 3 og ender i punktet 0. Nummereringen hentyder til, at lyd giveren *nu* er i punkt 0, for 1 svingningstid T siden var i punktet 1, for to svingningstider siden var i punktet 2, osv. Der er ikke tegnet nogen cirkel med centrum i punktet 0, da lyd giveren kun lige er kommet dertil og er klar til at udsende en bølgetop. Derimod er der tegnet en cirkel med centrum i punktet 1 med radius λ fordi bølgefronten udsendt for en svingningstid siden jo i mellemtiden har nået at udbrede sig strækningen $\lambda = v_{\text{lyd}} \cdot T$ i en kugle udfra punktet – når lyden er ”afleveret” udbreder den sig med lydens hastighed, helt uafhængigt af lyd giveren. Lyd giveren var i punkt 2 for 2 svingningstider siden. Derfor vil bølgefronten herfra have nået at tilbagelægge den dobbelte strækning, dvs. 2λ . Derfor er den symboliserende cirkel med centrum i punkt 2 tegnet med dobbelt så stor radius som den med centrum i punktet 1. Tilsvarende argumenteres med punktet 3! Det interessante vi opdager er, at den stillestående lytter vil opleve bølgetoppene som komme imod ham oftere end de gjorde i situationen på figur 1, idet bølge giveren kommer ham i møde. For lytteren vil det altså blive opfattet som en lyd med en *højere frekvens* f_1 , og en *mindre bølgelængde* λ_1 , idet der jo stadig skal gælde $v_{\text{lyd}} = f_1 \cdot \lambda_1$. Idet bølgelængden er afstanden mellem bølgetoppene, vil bølgelængden altså blive reduceret med stykket Δx , dvs. $\lambda_1 = \lambda - \Delta x$. Lad os regne:

$$(1) \quad \Delta x = v \cdot T$$

$$(2) \quad T = \frac{1}{f}$$

$$(3) \quad f \cdot \lambda = f_1 \cdot \lambda_1 = v_{\text{lyd}} \Leftrightarrow f_1 = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot f$$

$$(4) \quad \begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda - \Delta x = \lambda - v \cdot T = \lambda - \frac{v}{f} \\ &= \lambda - \frac{v}{v_{\text{lyd}}/\lambda} = \lambda - \frac{v}{v_{\text{lyd}}} \lambda = \lambda \left(1 - \frac{v}{v_{\text{lyd}}} \right) \end{aligned}$$

hvor under (4): Andet lighedstegn fås af (1), tredje lighedstegn fås af (2) og fjerde lighedstegn fås af (3). Ved indsættelse af (4) i (3) fås:

$$(5) \quad f_1 = \frac{\lambda}{\lambda(1-v/v_{\text{lyd}})} \cdot f = \left(\frac{1}{1-v/v_{\text{lyd}}} \right) \cdot f$$

Vi kan summere op:

Dopplereffekt for bevægelig lyd giver i forhold til stationær lytter

Den frekvens f_1 , som en stillestående lytter oplever, når en lyd giver med hastighed v bevæger sig hen imod ham/hende, er lig med:

$$(6) \quad f_1 = \left(\frac{1}{1-v/v_{\text{lyd}}} \right) \cdot f$$

hvor v_{lyd} er lydbølgernes hastighed i luften. Lydgiverens hastighed v regnes *positiv*, når lydgiveren bevæger sig hen imod lytteren, og *negativ*, når den bevæger sig væk fra personen.

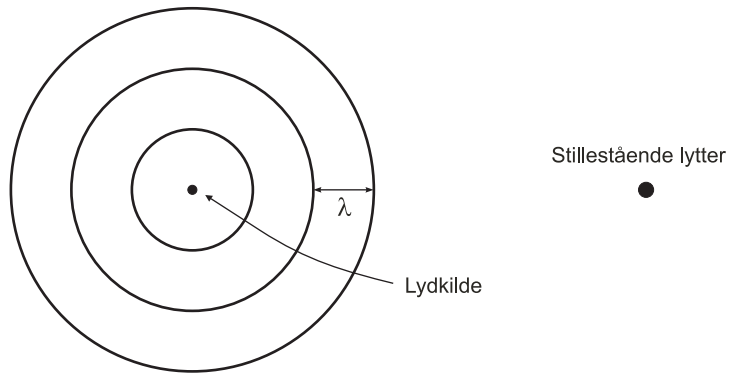
Eksempel 1

En ambulance bevæger sig med hastigheden 72 km/t hen imod en stillestående person. Ambulancens sirene antages at udsende lydbølger med en frekvens på 800 Hz. Bestem den frekvens, som personen opfatter lyden har.

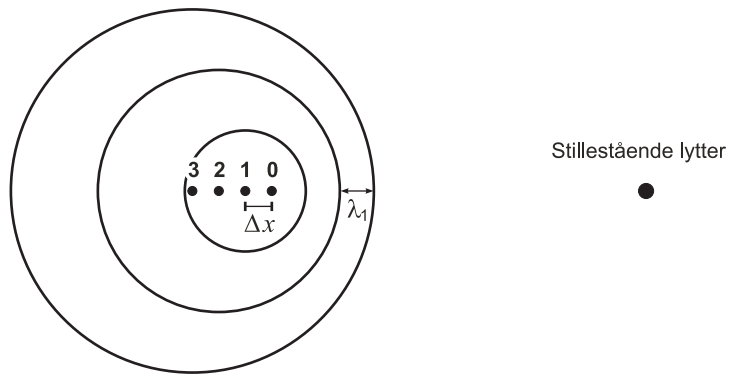
Løsning: Da $v = 72 \text{ km/t} = 20 \text{ m/s}$ får vi:

$$f_1 = \left(\frac{1}{1-v/v_{\text{lyd}}} \right) \cdot f = \left(\frac{1}{1-(20 \text{ m/s})/(340 \text{ m/s})} \right) \cdot 800 \text{ Hz} = 850 \text{ Hz}$$

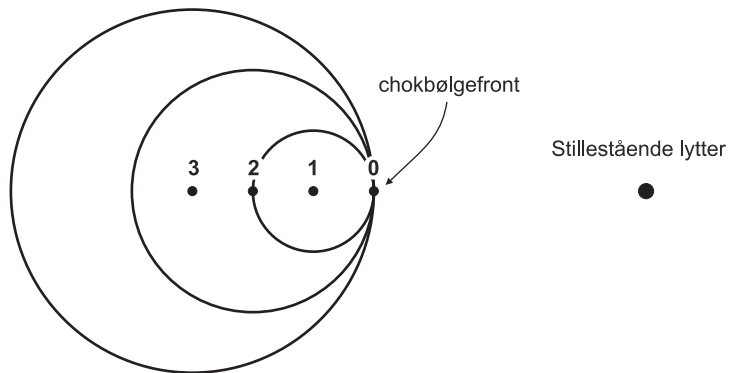
Figur 1
Stationær lydkilde



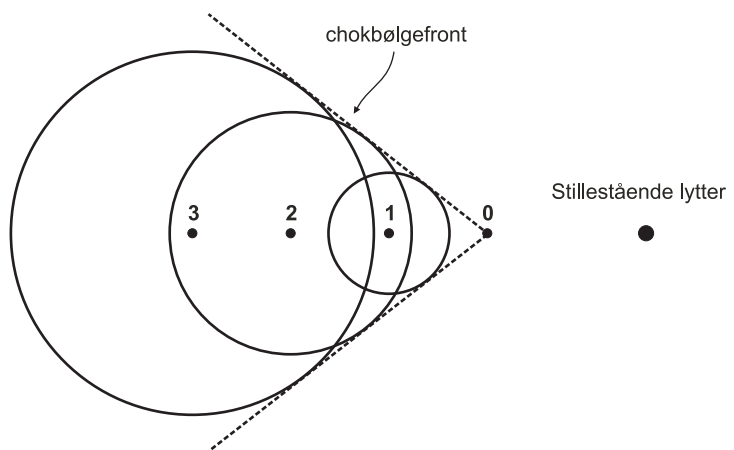
Figur 2
Lydkilde med underlydshastighed



Figur 3
Lydkilde med lydets hastighed



Figur 4
Lydkilde med overlydshastighed



2. Chokbølger

Hvis lyd giveren netop har lydens hastighed, så vil lyd giveren hele tiden *følge med* de lydbølger, den selv udsender. De udsendte bølger interfererer og resultatet er, at der forekommer kraftig konstruktiv interferens lige foran lyd giveren. Dette giver anledning til en kraftig lyd: Man har nået *lydmuren*. Situationen er beskrevet på figur 3 på side 5.

Figur 5

På billedet til højre er vist et billede af et amerikansk F/A-18 *Hornet* jetfly, som gennembryder lydmuren på himlen over Stillehavet 7. juli 1999.

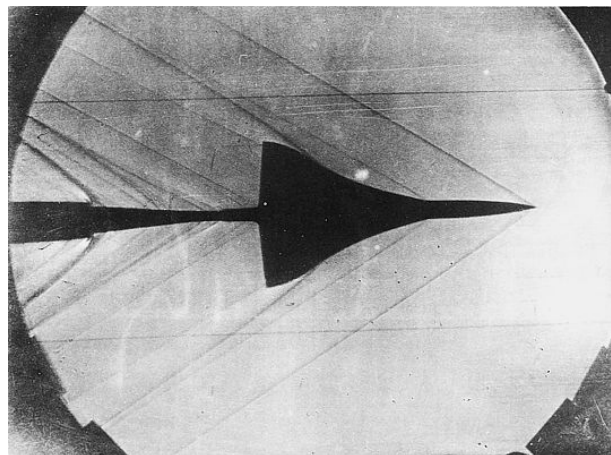


Bevæger lyd giveren sig med en hastighed, som er større end lydens hastighed, så vil lyd giveren hele tiden være foran de lydbølger, den udsender. I dette tilfælde kan vi ikke bruge formlen i afsnit 1. Situationen er illustreret på figur 4 på side 5. De kugleformede bølger interfererer konstruktivt i punkterne på den ”tangerende kegle”. Her vil der være *bølgefronter* med meget store amplituder, dvs. store variationer i lydtrykket. Vi har at gøre med en *chokbølge*.

Den V-formede bølge, der opstår fra boven af et *skib* er en slags ”vand chokbølge”, der dannes, når båden bevæger sig hurtigere end vandbølgerne!

Figur 6

Til højre et billede af et overlydsfly med synlige chokbølgefronter. For en person på Jorden vil chokbølgen kunne høres kort *efter* flyet har passeret.



3. Elektromagnetiske bølger

For *elektromagnetiske* bølger gælder en anden formel for dopplereffekten, end den, der blev udledt i afsnit 1. Årsagen er, at der gælder noget særligt for elektromagnetiske bølger: Disse bølger bevæger sig nemlig med *lysets hastighed* i forhold til *alle* referencsystemer. Dette kan være svært at forstå, og forklaringerne ligger da også i den såkaldte *specielle relativitetsteori*. Vi skal ikke komme nærmere ind på dette tema her, derfor er formelen blot postuleret nedenfor. Bemærk, at det i denne situation ikke er muligt at tale om, at noget står stille og noget bevæger sig! Det er kun relevant at tale om hastigheden af bølgegiveren *i forhold til* iagttageren. Husk Albert Einsteins berømte udtalelse: *Alt er relativt*.

Dopplereffekt for elektromagnetiske bølger

Hvis en bølgegiver, der udsender *elektromagnetiske bølger* med frekvensen f , bevæger sig med hastigheden v i forhold til en iagttager, så vil det for iagttageren se ud som om bølgerne har en frekvens f_1 givet ved

$$(7) \quad f_1 = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \cdot f$$

Bølgegiverens hastighed v regnes her positiv hen imod iagttageren og negativ væk fra.

4. Rødforskydning

Dopplereffekten viser sig delvist at kunne forklare nogle fænomener i forbindelse med spektre, der stammer fra den elektromagnetiske stråling, som stjerner udsender. I det følgende kan det anbefales at kigge på den store figur 7 på side 9.

De dybere lag i en stjerne vil udsende et *kontinueret spektrum*, dvs. lys med frekvenser i et helt interval. Når dette lys passerer igennem de yderste stærkt fortyndede lag af stjernen, absorberes stråling med ganske bestemte bølgelængder. Lad os sige, at der i de yderste lag for eksempel er grundstoffet helium. Ifølge Niels Bohrs teorier har ethvert grundstof en række stationære tilstande med bestemte energier. Disse forskellige energier er specifikke for hvert enkelt grundstof, og da atomet kun udsender fotoner med energier, der svarer til forskelle mellem forskellige baners energier, så kan man i en vis forstand sige, at *emissionslinjerne* er atomets ”fingeraftryk”. *Emission* betyder at atomet *udsender* en foton ved at elektronen henfalder fra en bane med høj energi til en bane med lav energi. Det omvendte kan også ske, dvs. at atomet *absorberer* en foton og at atomet derved *exciteres*, dvs. elektronen bevæger sig fra en bane med lav energi ud til en bane med højere energi.

Tilbage til situationen med helium i de yderste tynde lag af stjernen. Den del af lyset fra det kontinuerte spektrum, der har en energi svarende til en *overgang* i heliumatomet, kan absorberes. Elektronen ryger derved ud i en bane med højere energi. Imidlertid kan atomerne for det meste "bedst lide" at være i en lav energitilstand, for eksempel *grundtilstanden*. Derfor vil et exciteret atom ofte lynhurtigt falde tilbage til lavere energitilstande under udsendelse af en foton (*emission*). Så kunne man tænke, at det hele kan være lige meget, når en foton således først absorberes og når der senere igen udsendes fotoner. Imidlertid udsendes fotoner fra et atom i alle mulige *retninger* og det har en betydning for observatøren, som står og betragter stjernen fra jorden. Hvis man nemlig opdeler situationen i begivenheder, kan man sige, at *uden* absorption ville observatøren opleve et kontinuert spektrum fra stjernen. Tager vi herefter hensyn til absorptionen, men *ikke* emissionen, så vil observatøren opleve et kontinuert spektrum, hvor en række *linjer* er *fjernet*, nemlig svarende til de fotonenergier, der passer på overgange i de grundstoffer, der absorberer, for eksempel helium. De manglende fotonenergier giver anledning til sorte linjer i spektret. NB! I praksis vil man kunne adskille de enkelte bølgelængder i strålingen ved hjælp af for eksempel et *gitter* eller lignende, ligesom vi har eksperimenteret med i et rapportforsøg. Tager vi nu til sidst hensyn til emissionen, så kan man sige, at observatøren godt nok modtager en del af den stråling, som han/hun mistede ved absorptionen, men ikke ret meget, fordi de udsendte fotoner som nævnt udsendes i alle retninger: Kun få fotoner har retning mod observatøren. Det betyder, at observatøren vil opleve, at visse fotonenergier er meget svagt repræsenteret. Det opleves som næsten sorte linjer i spektret.

Tilbage til dopplershiftet: Observatøren skulle altså, hvis stjernen lå stille i forhold til jorden, kunne iagttage et spektrum fra stjernen, hvori der er en række sorte absorptionslinjer, der svarer til de grundstoffer, som findes i stjernens yderste lag.

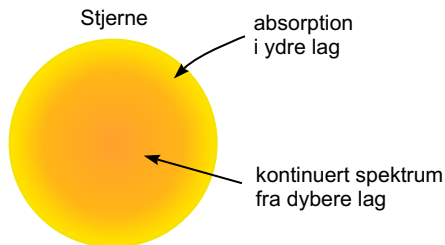
Da stjerner imidlertid ofte bevæger sig bort fra os, vil disse sorte absorptionslinjer flytte sig i spektret. Der er sket en *dopplershift*. De *modtagne* frekvenser vil være mindre end de "rigtige", udsendte. Taler vi i bølgelængder, vil bølgelængderne af det modtagne lys altså være større end bølgelængderne af det udsendte lys. Dette er vist på figur 7d, hvor den stiplede bølge repræsenterer lysbølgen, som den ville blive modtaget, hvis stjernen ikke havde bevæget sig i forhold til Jorden. Den fuldt optrukne bølge repræsenterer lysbølgen, som iagttageren vil modtage den, når stjernen bevæger sig bort. Bølgelængden for de absorberede linjer vil således også se ud til at være større end de i "virkeligheden" er. Der vil altså være en tendens til en forskydning hen imod den røde del af det synlige spektrum. Deraf udtrykket *rødforskydning*. Dette er illustreret på figur 7e.

I universet er der som nævnt en generel tendens til, at objekterne ser ud til at bevæge sig bort fra hinanden på grund af *rummets udvidelse*. Da stjerner udsender elektromagnetisk stråling, er det en nærliggende tanke at bruge formlen for dopplereffekten for elektromagnetiske bølger i forrige afsnit til at bestemme den hastighed, hvormed stjernerne fjerner sig fra os. Der skal man imidlertid passe på! Dopplereffekten for elektromagnetiske bølger er nemlig udledt under anvendelse af den specielle relativitetsteori.

Rødforskydning og spektre

Figur 7a

Processer i stjerne

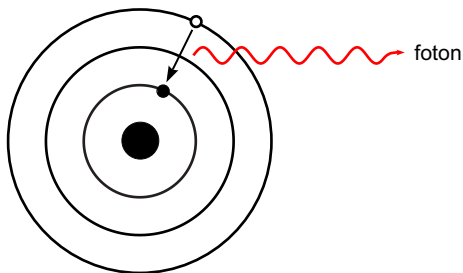


Fra stjernens indre udsendes et kontinuert spektrum, inkluderende hele det synlige spektrum (hele regnbuens farver). Men i stjernens ydre lag bliver lys med nogle bestemte bølgelængder absorberet, nemlig de bølgelængder, som svarer til elektronovergange i fx brint. Husk, at store dele af en stjerne består af brint. En stjerne skaber energi ved fusionsprocesser. Her er brint den vigtigste bestanddel.

Figur 7b

Emission

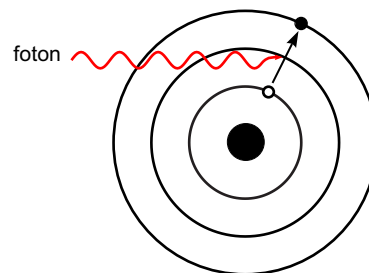
Et atom falder tilbage til grundtilstanden under udsendelse af en foton (elektromagnetisk stråling)



Figur 7c

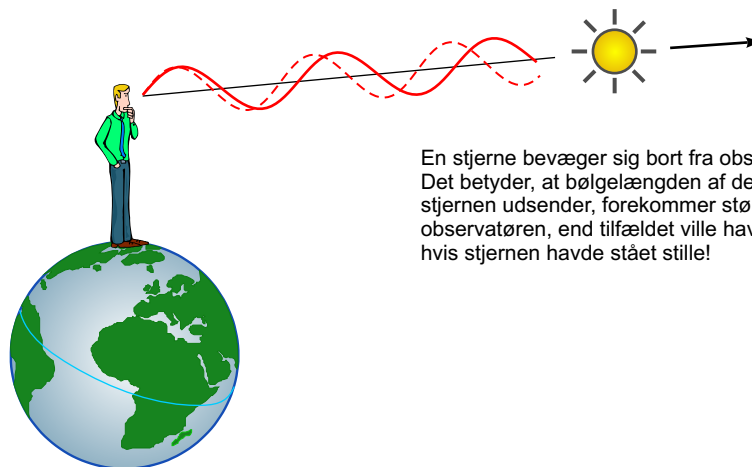
Absorption

Et atom absorberer en foton (elektromagnetisk stråling) og opnår en højere energitilstand.



Figur 7d

Rødforskydning

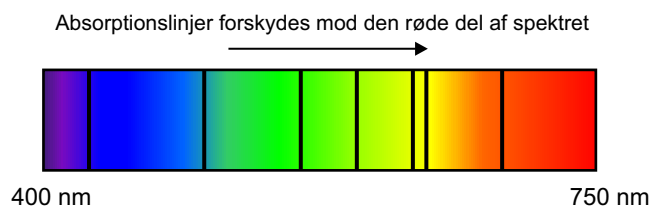


En stjerne bevæger sig bort fra observatøren. Det betyder, at bølgelængden af det lys, som stjernen udsender, forekommer større for observatøren, end tilfældet ville have været, hvis stjernen havde stået stille!

Figur 7e

Forskydning af absorptionslinjer

Billedet viser et kontinuert spektrum, hvor der er nogle få sorte linjer, nemlig de linjer, som svarer til elektronovergange i fx brint. Disse få bølgelængder fra det kontinuerte spektrum er blevet absorberet. Når stjernen bevæger sig bort, vil absorptionslinjerne blive flyttet imod den røde del af spektret, hvor bølgelængden er større end for det violette lys. Jo større hastighed stjernen har bort fra iagttageren, jo mere vil absorptionslinjerne flytte sig. Herved kan hastigheden bestemmes.



Den slår ikke til, når vi har at gøre med kosmos, hvor rum-tid *krummer* og rummet udvider sig! Denne fejltagelse begår mange, som det også er beskrevet på hjemmesiden [1]. Her er man nødt til at ty til den *generelle relativitetsteori*. Den er uhyre kompliceret og vil slet ikke blive berørt her. Blot skal det siges, at man ved studiet af fjerne galakser må anvende den *kosmologiske rødforskydning*. Her er der ikke tale om en egentlig dopplertforskydning. Den tager derimod hensyn til at rummet udvider sig!

Hvis vi skal bestemme hastigheder af ikke for fjerne galakser eller skal bestemme hastigheder af stjerner i vores egen galakse, *Mælkevejen*, kan vi imidlertid med god tilnærmelse bruge formelen i afsnit 3. Lad os kigge på et eksempel.

Eksempel 2

Lys fra en galakse i stjernebilledet ”Store Bjørn” studeres. En spektrallinje fra enkeltioniseret calcium med en laboratoriebølgelængde på 393 nm observeres med en bølgelængde på 414 nm. Vi skal vurdere hvor hurtigt galaksen bevæger sig bort fra os.

Løsning: Med anvendelse af den velkendte sammenhæng $\lambda \cdot f = \lambda_1 \cdot f_1 = c$ kan formel (7) fra afsnit 3 omskrives til følgende formel for hastigheden:

$$(8) \quad v = - \left(\frac{(\lambda_1/\lambda)^2 - 1}{(\lambda_1/\lambda)^2 + 1} \right) \cdot c$$

Indsætter vi værdierne ovenfra heri, får vi følgende:

$$v = - \left(\frac{(414 \text{ nm}/393 \text{ nm})^2 - 1}{(414 \text{ nm}/393 \text{ nm})^2 + 1} \right) \cdot c = -0,052 \cdot c$$

Altså har galaksen en hastighed på ca. 5,2% af lysets hastighed bort fra os på Jorden.

Bemærkning 3

Ovenstående er jo i forvejen en tilnærmelse, da den anvendte formel ikke tager hensyn til de særlige forhold, der gør sig gældende i forbindelse med rummets udvidelse. Astronomerne benytter derfor ofte en anden tilnærmelse. Man definerer den såkaldte *rødforskydning* z som forskellen mellem den observerede bølgelængde λ_1 og laboratoriebølgelængden λ , og sætter forskellen i forhold til laboratoriebølgelængden:

$$(9) \quad z = \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

Hvis $z < 0,1$, så er $z \cdot c$ en god tilnærmelse til objektets hastighed:

$$(10) \quad v \approx z \cdot c$$

I eksemplet ovenfor giver det:

$$z = \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda} = \frac{(414 - 393) \text{ nm}}{393 \text{ nm}} = 0,0534$$

Da tallet er mindre end 0,1 kan vi bruge (10):

$$v \approx z \cdot c = 0,0534 \cdot c$$

Vi får altså 5,3% af lysets hastighed, næsten det samme som ovenfor!

5. Hastighedsmåling med radar

Princippet når man måler en bils hastighed med en radar er, at politibetjenten sender radarbølger hen imod en bil. Disse elektromagnetiske bølger med frekvensen f reflekteres af bilen og på grund af bilens hastighed v i forhold til politibetjenten, vil sidstnævnte opleve de reflekterede bølger med en anden frekvens f_1 . De udadgående bølger og de reflekterede bølger interfererer og skaber *stødbølger*, også kaldet *svævninger*. Frekvensen af disse kan måles. Derved kan f_1 bestemmes, idet f er kendt. Ved blandt andet at udnytte formlen for dopplereffekt for elektromagnetiske bølger, kan man vise følgende formel for f_1 i situationen med refleksion:

$$(11) \quad f_1 = \left(\frac{1+v/c}{1-v/c} \right) \cdot f$$

Lad os regne på, hvor stort skiftet i frekvens bliver:

$$(12) \quad \begin{aligned} f_1 - f &= \left(\frac{1+v/c}{1-v/c} \right) \cdot f - f = \left(\frac{1+v/c}{1-v/c} - 1 \right) \cdot f \\ &= \left(\frac{1+v/c}{1-v/c} - \frac{1-v/c}{1-v/c} \right) \cdot f = \left(\frac{2v/c}{1-v/c} \right) \cdot f \end{aligned}$$

Vi kan regne bilhastigheder som meget små i forhold til lysets hastighed. Derfor kan nævneren i det sidste udtryk i (12) sættes til 1, så vi får $f_1 - f \approx 2v/c \cdot f$. Stødtonefrekvensen er som bekendt lig med forskellen i frekvensen, så $f_{\text{stød}} \approx 2v/c \cdot f$. Herved fås følgende formel for bilens omtrentlige hastighed.

$$(13) \quad v \approx \frac{f_{\text{stød}} \cdot c}{2f} \quad (\text{For } v \ll c)$$

Eksempel 4

Et radarapparat udsender bølger med en frekvens på 10,0 GHz. En modkommende bil reflekterer radarbølgerne, hvorefter politibetjenten registrerer stødbølger med frekvensen 2800 Hz. Bestem bilens hastighed.

Løsning: Vi indsætter de forskellige værdier i formel (13):

$$v \approx \frac{f_{\text{stød}} \cdot c}{2f} = \frac{2800 \text{ Hz} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 10,0 \cdot 10^9 \text{ Hz}} = 42 \text{ m/s} = 151 \text{ km/t}$$

□

Nedenfor til venstre et billede af en radar speed gun, som bliver benyttet til at måle hastigheder. Til højre en laser speed gun, som nok er lidt mere almindeligt forekommende hos politiet i dag. De virker efter helt forskellige principper.



Radar speed gun



Laser speed gun

6. Doppler ultralyd

Fænomenet dopplereffekt bliver også brugt i andre sammenhænge, for eksempel ved ultralydsskanninger i hospitalsverdenen. Med en *transducer* sendes *ultralydbølger* ned i kroppen på en person. Ligesom det er tilfældet for fiskere, der bruger ekkolod, eller flagermus, der skrider ultralydbølger ud, så er pointen her, at bølgerne *reflekteres*. Det giver information om formen af og afstanden til det objekt, der reflekterer bølgerne. Man kan altså via de reflekterede bølger fra kroppen få et slags billede af, hvordan det ser ud indeni kroppen. Doppler-ultralyd er en speciel anvendelse, hvor man er interesseret i at finde ud af, hvordan blodet bevæger sig. En computer opsamler og behandler bølgeinformationen og afbilder grafer eller farvebilleder, der viser blodgennemstrømningen eller manglen på samme. Du kan se et billede af en Doppler ultralydsscanning ved at gå ind på siden [3] og vælge Images/Video > Ultrasound > Vascular.

Links

- [1] www.astronomycafe.net/cosm/expan.html
- [2] <http://en.wikipedia.org/wiki/Redshift>
- [3] <http://www.radiologyinfo.org>

Opgaver

Opgave 1

Udrykningshornet i en politibil har en frekvens på 1720 Hz. En politibil kommer kørende med 120 km/t. Beregn dopplerskiftet, dvs. frekvensændringen, når

- a) politibilen nærmer sig
- b) politibilen fjerner sig

En politibil kommer kørende hen imod en person.

- c) Beregn politibilens fart, hvis dopplerskiftet er 200 Hz.

Opgave 2

Et hurtigt tog nærmer sig. Et tog fløjt med frekvensen 440 Hz høres af en fodgænger som et C med frekvensen 512 Hz. Hvor hurtigt kører toget?

Opgave 3

Ved en trafikkontrol måler en politibetjent bilernes hastighed med en radar. Apparatet udsender radarbølger med frekvensen $4 \cdot 10^9$ Hz. Den modkommende bil reflekterer disse bølger og politibetjenten registrerer stødbølger med en frekvens af 800 Hz. Bestem bilens hastighed. Bilen kører på en landevej, hvor hastighedsbegrænsningen er 90 km/t. Skal han have en bøde?

Opgave 4

Seyfert galaksen NGC 1275 i stjernebilledet *Perseus* studeres. Den stærke røde spektrallinje i helium på 667,8 nm observeres på Jorden med bølgelængden 680 nm. Benyt formlerne (9) og (10) til at bestemme galaksens hastighed bort fra os.



Opgave 5

Hubbles lov siger at en galakses fart v_0 væk fra os er proportional med galaksens afstand r_0 til os: $v_0 = H_0 \cdot r_0$. *Hubble-konstanten* H_0 kan regnes for 21 km/s pr. Millioner lysår. Det oplyses at den utraditionelle ringgalakse *Hoags objekt* i stjernebilledet *Slangen* befinder sig ca. 600 millioner lysår borte.

- Benyt *Hubbles lov* til at bestemme galaksens hastighed bort fra os.
- Hvilken bølgelængde vil Balmerlinjen på 486,1 nm fra galaksens hydrogenspektrum bliver observeret med? *Hjælp*: Benyt formlerne (9) og (10).

