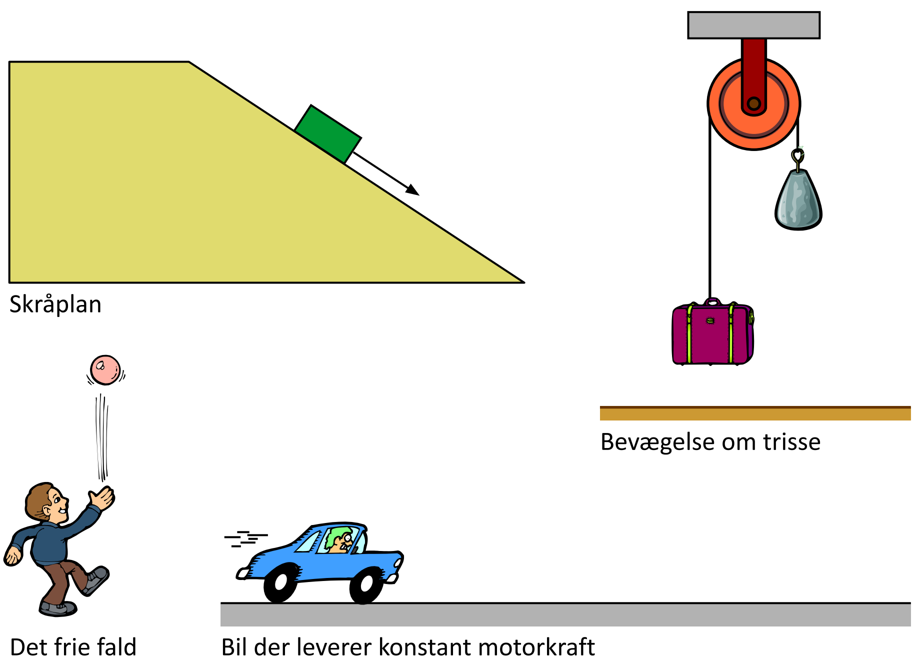
Bevægelser med konstant acceleration

I dette tillæg skal vi studere *bevægelser med konstant acceleration*. og udlede udtryk for *stedfunktionen*, *hastighedsfunktionen* og *accelerationsfunktionen*, hvor den variable er tiden t. Det smukke er, at vi kan udlede størrelserne matematisk ved brug af differentialregning. Det eneste vi antager er, at bevægelsen har *konstant acceleration*, så giver udtrykkene for hastighedsfunktionen og stedfunktionen sig selv.

Det er vigtigt at bemærke, at det er langt de færreste bevægelser fra dagligdagen, der har konstant acceleration. Når biler kører rundt i byen, så gasser chaufføren op, bremser, holder konstant hastighed – alt i alt en kompliceret bevægelse. Loddet i et pendul udfører heller ikke en bevægelse med konstant acceleration. Accelerationen *varierer*! Men der er en række fundamentale tilfælde, som giver anledning til konstant acceleration.

Et af de smukkeste eksempler på bevægelser med konstant acceleration er naturligvis *det frie fald*. Men der er også andre: bevægelse på et *skråplan*, bevægelse omkring trisse (*Atwoods faldmaskine*) samt en bil, der leverer en konstant motorkraft …



Det fundamentale er, at når man differentierer stedfunktionen, så får man hastighedsfunktionen og når man differentierer hastighedsfunktionen, så får man accelerationsfunktionen. Vi kender imidlertid slutresultatet, nemlig at accelerationsfunktionen er en konstant funktion af t, nemlig $a(t) = a$. Vi går nu "baglæns" til hastighedsfunktionen og søger en funktion, der differentieret giver $a(t) = a$, hvor a er en konstant. Svaret er at hastighedsfunktionen må være på formen $v(t) = a \cdot t + v_0$, hvor v_0 er en arbitrær konstant. Det er klart fra sammenhængen, at denne konstant er hastigheden ved $t = 0$, hvilket kan ses af følgende: $v(0) = a \cdot 0 + v_0 \;\Leftrightarrow\; v_0 = v(0)$. Vi går et skridt videre baglæns til stedfunktionen ved at søge en funktion, som differentieret giver $v(t) = a \cdot t + v_0$. Svaret er en funktion på formen $s(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0$, hvor s_0 er en arbitrær konstant, som her betyder stedet til tidspunkt $t = 0$, hvilket ses af: $s(0) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 0^2 + v_0 \cdot 0 + s_0 \;\Leftrightarrow\; s_0 = s(0)$. Som oftest kan vi anbringe ”meterstokken”, så $s_0 = 0$. Det giver i praksis følgende generelle udtryk for bevægelser med konstant acceleration:

(1) $$s = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

(2) $$v = at + v_0$$

Man kan isolere tiden *t* i den sidste ligning og indsætte resultatet i den første. Det giver:

(3) $$v^2 - v_0^2 = 2as$$

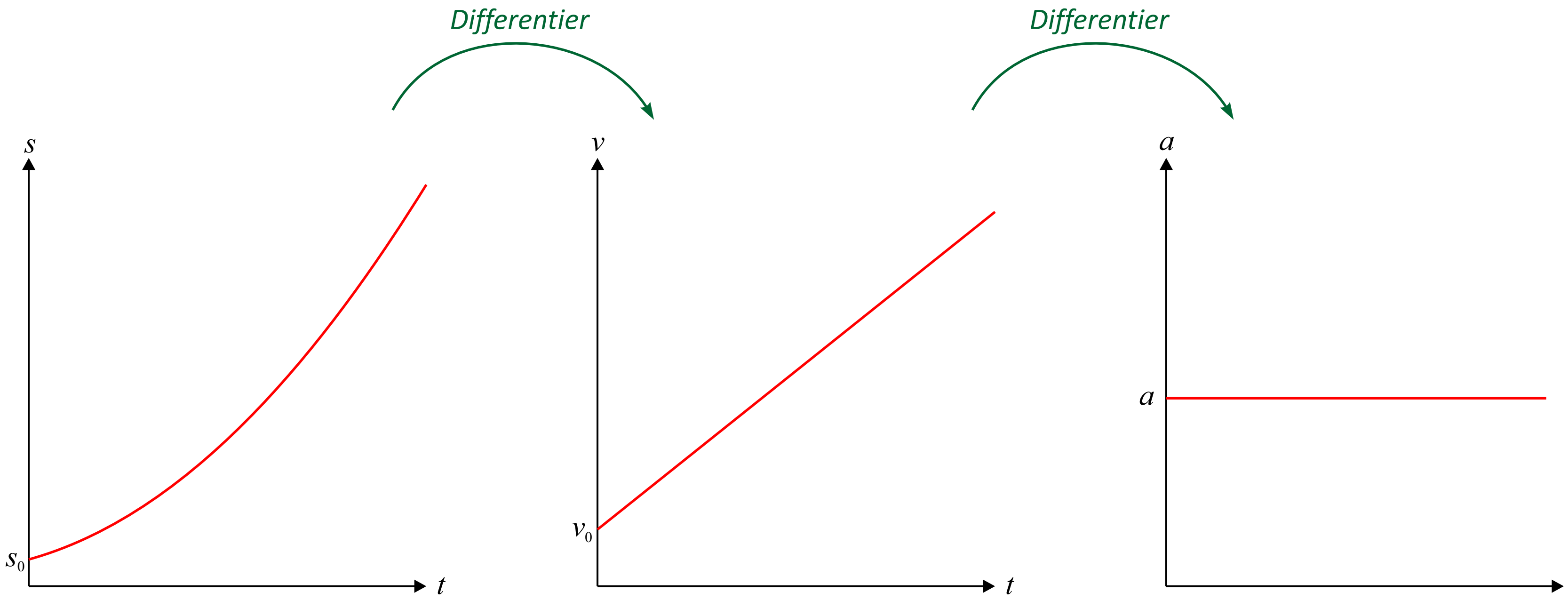
Eksempel

Vi har udført et forsøg med det frie fald, hvor accelerationen jo er konstant lig med 9,82 m/s^2. En genstand blev droppet fra hvile, dvs. $v_0 = 0$. Det giver ifølge (1), (2) og (3) følgende ligninger:

(1b) $$s = \tfrac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

(2b) $$v = g \cdot t$$

(3b) $$v^2 = 2 \cdot g \cdot s$$



$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$

$v = a \cdot t + v_0$

Acceleration $= a$ (konstant)