Plancks strålingslov

Plancks strålingslov – Stefan-Boltzmanns lov – Wiens forskydningslov

Indenfor fysik findes der et begreb, som kaldes et *sort legeme*. Hermed menes et ideelt legeme, som har en overflade, der absorberer alle bølgelængder af den elektromagnetiske stråling, som rammer den. I ligevægt vil legemet udstråle den samme energi, som den absorberer. Det viser sig, at udstrålingen fra et sort legeme afhænger kraftigt af temperaturen. Intensiteten I stammende fra varmestråling fra et sort legeme er proportional med kelvin-temperaturen T i fjerde potens:

(1) $$I = \sigma \cdot T^4 \quad \text{(Stefan-Boltzmanns lov)}$$

hvor $\sigma = 5{,}67040 \cdot 10^{-8}\ W/(m^2 \cdot K^4)$ er *Stefan-Boltzmann-konstanten*. Hvis man ganger intensiteten med arealet A, får man dermed den udstrålede effekt P:

(2) $$P = \sigma \cdot A \cdot T^4$$

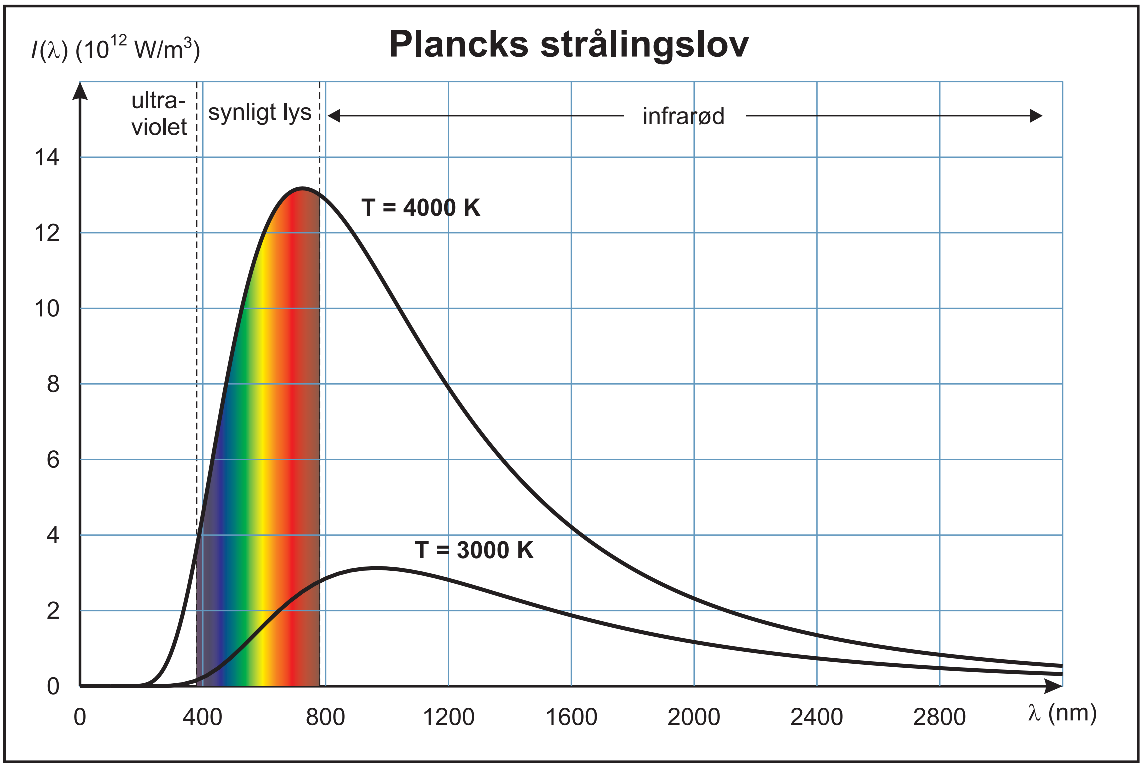
Sammenhængen blev opdaget eksperimentelt af *Josef Stefan* (1835 – 1893) i 1879 og begrundet teoretisk af *Ludwig Boltzmann* (1844 – 1906) fem år senere. Imidlertid er strålingens intensitet ikke fordelt uniformt (jævnt) over alle bølgelængder. I slutningen af 1800-tallet blev der gjort flere forsøg på at komme med en teoretisk begrundelse for de eksperimentelle og empiriske resultater, men først i år 1900 lykkedes det den tyske fysiker *Max Planck* (1858 – 1947) at udlede en funktion, kaldet *Plancks strålingslov*:

(3) $$I(\lambda) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5\left(e^{hc/\lambda kT} - 1\right)} \quad \text{(Plancks strålingslov)}$$

hvor $k = 1{,}380658 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$ er *Boltzmanns konstant*, hvor $h = 6{,}626076 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$ er *Plancks konstant* og $c = 2{,}99792458 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}$ er lysets hastighed. På næste side er intensitetsfordelingen for temperaturerne 3000 K og 4000 K afbildet. Figuren viser også de bølgelængdeområder, hvor der er tale om ultraviolet stråling, synlig lys og infrarød stråling - alle typer er *elektromagnetisk stråling*. For det første registrerer man, at jo højere temperatur, jo større udstråling. Samtidigt indikerer graferne, at jo højere temperatur, jo lavere er bølgelængden for intensitetsmaksimum. Vi ser, at et sort legeme med en temperatur på 4000 graders Kelvin vil udstråle en lille del af sin stråling i det ultraviolette bølgelængdeområde, mens et legeme med temperaturen 3000 K næsten ikke afgiver ultraviolet stråling. Situationen med sortlegeme-stråling kan illustreres meget godt med en kogeplade: Hvis den er lidt varm, vil den udsende elektromagnetisk stråling i det infrarøde område, men ikke i det synlige. Hvis kogepladen bliver overophedet vil den først blive rødglødende og siden hvidglødende, hvis opvarmningen fortsætter.

a) Forsøg at give en forklaring på fænomenet med kogepladerne.
b) Bestem den bølgelængde $\lambda_{\max}$, som vil give den maksimale strålingsintensitet ved temperaturen $T = 4000\,\mathrm{K}$, ved at foretage en funktionsundersøgelse af $I(\lambda)$. NB! Det er en god idé at gemme de fysiske konstanter i nogle variable *h*, *k*, *c* og *T*. Af

praktiske grunde er det fornuftigt at undlade enheder i funktionsudtrykket i Maple. Sørg for at alle konstanter er angivet i SI-enheder, så du ved, at resultaterne også kommer ud i SI-enheder.



Solen kan tilnærmelsesvist behandles som et sort legeme med temperaturen 5800 K.

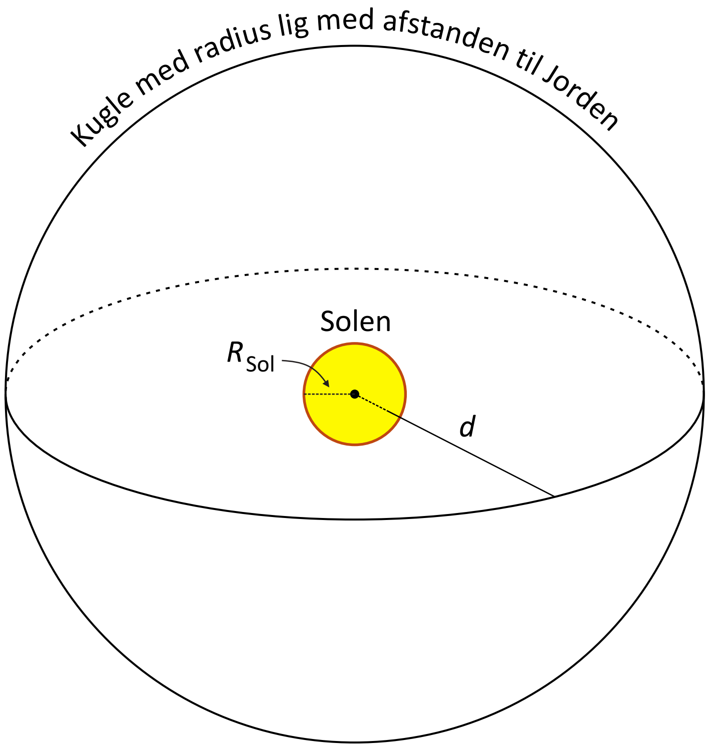
c) Bestem den bølgelængde, som giver den maksimale intensitet på Solens overflade.

d) Spørgsmål b) og c) angik en bestemt valgt temperatur. Man kunne også stille sig det spørgsmål, hvordan λ_{max} afhænger af temperaturen T? Denne sammenhæng er beskrevet i den såkaldte *Wiens forskydningslov*:

(4) $$\lambda_{max} = \frac{2{,}989 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}}{T} \quad \text{(Wiens forskydningslov)}$$

Forsøg at eftervise denne sammenhæng i Maple. *Hjælp*: Du kan "nulstille" værdien af T ved at skrive følgende kommando, hvor der er to enkeltapostroffer omkring den variable for temperaturen: $\boxed{T := 'T':}$ Derefter kan du igen foretage en bestemmelse af lokale maksima.

Det oplyses, at man på Jorden har målt den såkaldte *Solarkonstant* til 1368 W/m^2. Det er en intensitet I_{Jord}, som angiver den effekt, som Solen afsætter på én kvadratmeter af Jorden, placeret vinkelret på stråleretningen. Solens radius er $R_{\text{Sol}} = 6{,}9599 \cdot 10^8$ m og Jordens afstand til Solen er $d = 1{,}496 \cdot 10^{11}$ m. Når energien fra Solen stråler ud, vil energien spredes ud over et større areal. Derfor vil intensiteten aftage jo længere borte, man befinder sig. Vi skal regne lidt på det. Overfladearealet af en kugle med radius R er givet ved udtrykket $4\pi R^2$. Lad os kalde intensiteten på Solens overflade for I_{Sol}. Betragt figuren på næste side: Den effekt, som går igennem den lille kugle, som er Solen, er den samme som den effekt, som går igennem den store kugle, der har samme radius som afstanden mellem Solen og Jorden: $P = I_{\text{Sol}} \cdot A_{\text{Sol}} = I_{\text{Jord}} \cdot A_d$, hvor A_{Sol} er Solens overfladeareal og A_d er arealet af den store kugle med radius d.



e) Vis at man har følgende sammenhæng: $\dfrac{I_{\text{Sol}}}{I_{\text{Jord}}} = \left(\dfrac{d}{R_{\text{Sol}}}\right)^2$.

f) Benyt formlen under e) samt talværdierne for de forskellige fysiske størrelser angivet ovenfor til at bestemme en værdi for intensiteten på Solen, dvs. I_{Sol} .

g) Benyt Stefan-Boltzmanns lov til at bestemme en værdi for temperaturen på Solens overflade under forudsætning af, at vi kan betragte Solen som et sort legeme. Stemmer det pænt overens med den korrekte værdi, der er angivet ovenfor?