

Bølgefunktioner i Maple

Løs nedenstående opgaver i Maple.

Opgave 1

Husk at en ren tone i musik kan beskrives ved funktionen $y(t) = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$, hvor A er amplituden, f er frekvensen og t er tiden.

Tegn grafen for den rene tone, der har amplituden 1 og frekvensen $f = 440$ Hz.

Hjælp: Når du tegner grafer i Maple skal du *ikke* regne med enheder! Det giver blot forvirring. Lad der være underforstået SI-enheder! Du skal desuden i plot kommandoen angive det tidsinterval, du vil have tegnet kurven i. Her er det hensigtsmæssigt at tænke sig lidt om før man kører løs. Vi ved at svingningstiden er:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{440 \text{ Hz}} = 0,00227 \text{ s}$$

Det er hvad én svingning fylder. Hvis vi så vælger for eksempel et tidsinterval på 0,01 s, så får vi lidt over fire hele svingninger, hvilket er ret passende her. Hvad angår y-koordinaten, så ved vi at amplituden er 1, hvilket betyder at funktionsværdierne vil svinge op og ned mellem -1 og 1. For at have lidt mere plads kan vi altså vælge at lade y gå mellem -2 og 2. Altså er følgende passende i Maple:

```
A := 1 : f := 440 :  
y(t) := A · sin(2 π · f · t) :  
plot(y(t), t = 0 .. 0.01, y = -2 .. 2)
```

Opgave 2

- Tegn grafen for den rene tone, der har frekvensen 256 Hz. Amplituden er 2,5.
- En overtone i forhold til tonen fra a) har den dobbelte frekvens, dvs. 512 Hz. Tegn grafen for den tone, som har denne frekvens og amplituden 1,8.
- Du skal nu tegne graferne fra a) og b) i *samme* koordinatsystem. Det gør du ved at skrive de to funktionsforskrifter i *firkantede* parenteser. Husk lige at gå op og ændre så de får hver sit navn, for eksempel $y_1(t)$ og $y_2(t)$. Derefter er kommandoen:
 $plot([y_1(t), y_2(t)], t = \dots \text{ osv.}$
- Du skal nu tegne grafen for den *sammensatte tone*, hvor de to svingninger er lagt sammen, altså $plot(y_1(t) + y_2(t), t = \dots \text{ osv.}$ Hvordan vil du beskrive kurven? Er den periodisk?
- Prøv at ændre lidt på amplituden af overtonen. Hvilken indvirkning har det på grafen?

Opgave 3

Du skal nu tegne grafen for en stødtone. Lad os sige, at vi har en stemmegaffel med frekvensen 256 Hz og en anden med frekvensen 231 Hz, efter en lille skrue er fastgjort. Begge amplituder sætter vi til 1. Opskriv udtrykket for hver af de to bølgefunktioner og læg dem sammen og plot dem. Du skal her være omhyggelig med at vælge tidsintervallet passende! Hvordan ser kurven ud i Maple? Beskriv den og forklar, hvordan det vil lyde. Hvor mange stød vil der komme i sekundet?