

Afleveringsopgaver i matematik i 16-x til 10.11.16

Dette er en *temaaflevering* i emnet *eksponentielle funktioner*. Den skal løses i par. Find en anden elev fra klassen at løse opgaverne sammen med. Hvert par afleverer én besvarelse i fællesskab. Besvarelsen skal afleveres direkte i et Maple-dokument i Lectio. Skriv tydeligt på forsiden hvem I afleverer sammen med!

Opgave 1

En eksponentiel funktion har forskriften $f(x) = 3,7 \cdot 1,028^x$.

- Bestem funktionsværdien $f(13)$.
- Løs ligningen $f(x) = 17$.
- Bestem fordoblingskonstanten for f .
- Hvor meget vokser y værdien med i procent, når x -værdien øges med 1?

Opgave 2

Grafen for den eksponentielle funktion $f(x) = b \cdot a^x$ går igennem de to punkter $(-2, 7)$ og $(6, 16)$.

- Bestem forskriften for funktionen ved at anvende formlerne for a og b , når to punkter (x_1, y_1) og (x_2, y_2) er kendt.
- Bestem forskriften igen, denne gang ved hjælp af eksponentiel regression i Maple.
- Hvor meget vokser y med i procent, når x øges med 1?

Opgave 3 (Trykket i atmosfæren)

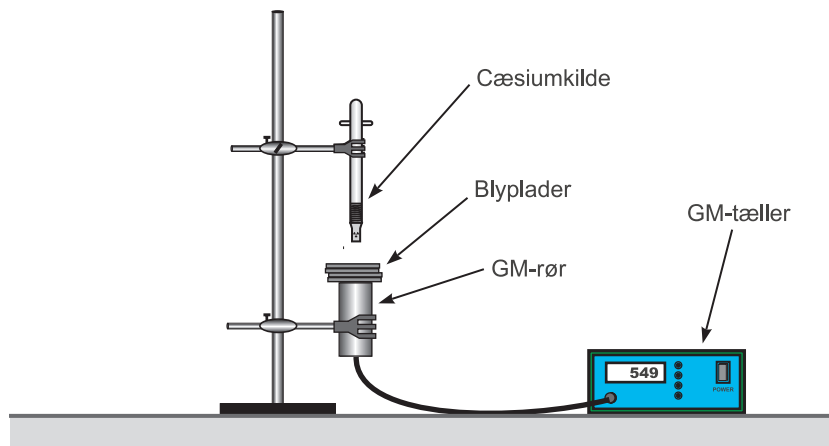
Jordens atmosfære er kun omkring 100 km tyk, selv om det kan være svært at angive en konkret afgrænsning af den. Atmosfæren inddeles i en række forskellige lag: Fra neden har vi *Troposfæren*, *Stratosfæren*, *Mesosfæren* og *Termosfæren*. I Troposfæren viser det sig, at man omtrent kan regne trykket som værende eksponentielt aftagende med højden. Det oplyses, at halveringshøjden er omtrent 5500 m. Trykket ved Jordens overflade sætter vi til 1 atmosfære (1 atm.).

- Benyt oplysningerne ovenfor til at få fat i to punkter på grafen for den eksponentielle sammenhæng. Brug de to punkter til at bestemme forskriften for den eksponentielle funktion.
- Hvor stort er trykket i højden 500 m over jordoverfladen? Samme spørgsmål for 10.000 meters højde.
- Hvor højt skal man op i Troposfæren for at trykket er reduceret til 0,8 atm?
- Hvor meget aftager trykket med i procent for hver km's opstigning?



Opgave 4 (Absorption af gammastråling i bly)

Som bekendt benyttes blyafskærmning på hospitaler under røntgenundersøgelser. Gammastråling er også elektromagnetisk stråling og den er faktisk endnu mere energirig end røntgenstråling. Man kan vise, at den gammastråling, som slipper igennem et lag af et givet materiale, aftager eksponentiel med lagets tykkelse. Bly er et af de mest effektive materialer til at absorbere stråling. I forsøget vist på figuren er en cæsium-kilde sat op i et stativ. En række blyplader er anbragt ovenpå et Geiger-Müller-rør (GM-rør), som er tilsluttet en GM-tæller. GM-tælleren giver et tælleantal, som efter korrektion for blandt andet baggrundsstråling, kan antages at være proportional med det rigtige antal gamma-fotoner, som slipper igennem blylaget.



x (mm)	0	1,3	2,6	3,9	5,2	6,5
Korrigeret tælleantal	8399	6111	5293	4593	3864	3353

x (mm)	7,8	9,1	10,4	11,7	13,0
Korrigeret tælleantal	2747	2288	2080	1805	1473

- Vis ved hjælp af eksponentiel regression, at det korrigerede tælleantal tilnærmelsesvist er en eksponentielt aftagende funktion af blylagets tykkelse. Opskriv forskriften for det eksponentielle fit?
- Bestem halveringstykkelsen for den pågældende stråling i bly.
- Hvad vil tælleantallet være ifølge modellen, hvis blylagets tykkelse er 16 mm?
- Hvor tyk skal blylaget være, for at strålingen reduceres *til* 5%?
- Hvor mange procent reduceres strålingen med for hver ekstra millimeter bly?