

Opgaver i trigonometri

Vi skal i disse arbejdsopgaver se, hvordan man kan benytte *trigonometri* til at finde ukendte sider og vinkler i *retvinklede* trekanter. Med de trigonometriske funktioner mener vi de tre funktioner *sinus*, *cosinus* og *tangens*. De forkortes til henholdsvis sin, cos og tan. Hvis v er en vinkel i en retvinkel trekant, så er de givet ved:

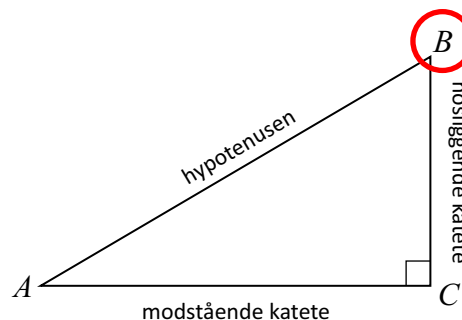
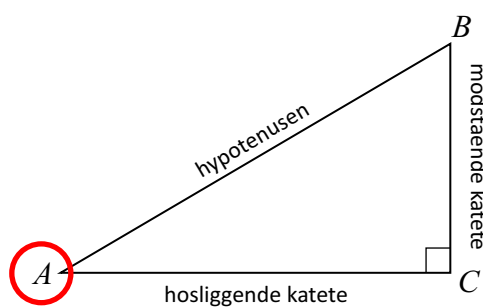
De trigonometriske funktioner i en retvinklet trekant

$$\sin(v) = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hypotenusen}}$$

$$\cos(v) = \frac{\text{hosliggende katete}}{\text{hypotenusen}}$$

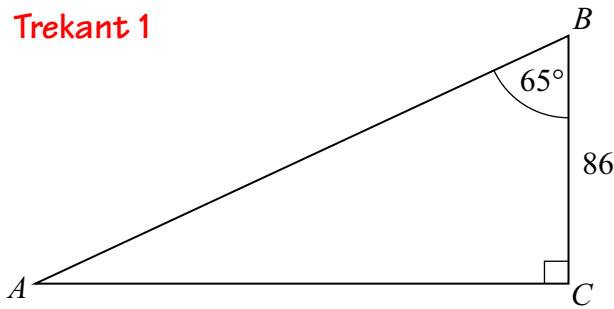
$$\tan(v) = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hosliggende katete}}$$

Husk at i en retvinklet trekant betegnes den lange side, som ligger overfor den rette vinkel, *hypotenusen*, mens de to korteste sider, som støder op til den rette vinkel, betegnes *kateter*. Hvis vi ”står i en vinkel”, så vil vi betegne den katete, som ligger *overfor* vinklen for den *modstående katete*, mens den katete, som støder op til den vinkel man ”står i”, betegnes den *hosliggende katete*. Hvilket en katete, som er modstående og hosliggende afhænger således af, i hvilken vinkel ”man står”. Det er illustreret på figuren nedenfor.

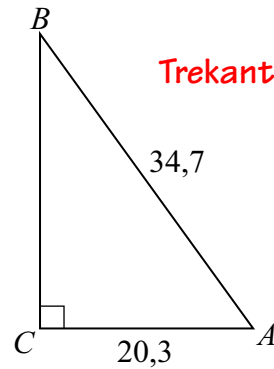


Man får aldrig brug for at ”stå i den rette vinkel”! Når man skal løse opgaver ”stiller man sig i den vinkel”, som kendes eller skal findes. Dernæst spørger man sig selv om hvilke sider, som er involveret. Hermed menes de sider som kendes eller skal findes. Herudfra vælges den relevante trigonometriske funktion. Hvis fx den hosliggende katete og hypotenusen er involveret, så er det cosinus, som skal benyttes. Hvis de to kateter er involveret, er det tangens, der vælges, etc. På næste side vil vi se to eksempler. Først skal det dog lige nævnes, at der er følgende sammenhæng mellem sinus, cosinus og tangens, nemlig: $\tan(v) = \sin(v)/\cos(v)$. Rigtigheden heraf fremgår ved at dividere udtrykkene for sinus og cosinus ovenfor og reducere.

Trekant 1



Trekant 2



Eksempel 1

I trekant 1 ønskes siden b bestemt. Da vi kender vinkel B stiller vi os der. De involverede sider er dermed den hosliggende katete, der kendes, og den modstående katete, som skal findes. Da tangens involverer begge kateter, er det den vi skal benytte:

$$\tan(65^\circ) = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hosliggende katete}} = \frac{b}{86}$$

Den ukendte side fås ved at gange med 86 på begge sider:

$$b = 86 \cdot \tan(65^\circ) = 184,4$$

Eksempel 2

I trekant 2 ønskes vinklen A bestemt. Da vi skal finde A , stiller vi os der. De involverede sider er dermed den hosliggende katete og hypotenusen, som begge kendes. Da cosinus involverer netop disse sider, skal vi benytte cosinus:

$$\cos(A) = \frac{\text{hosliggende katete}}{\text{hypotenusen}} = \frac{20,3}{34,7} = 0,5850$$

Vi ved altså hvad cosinus til den ukendte vinkel A er lig med, nemlig 0,5850. For at finde A selv, må vi benytte den *omvendte funktion* til cosinus, som betegnes \cos^{-1} . Funktionen kan også findes på lommeregneren. Vi får:

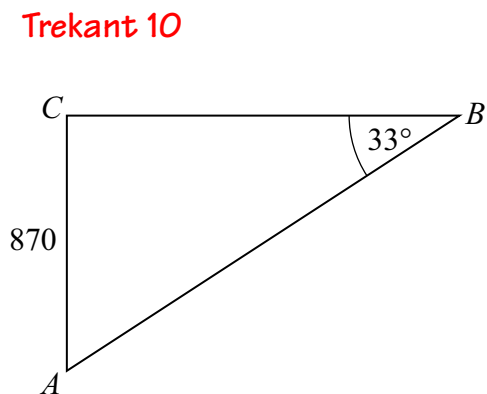
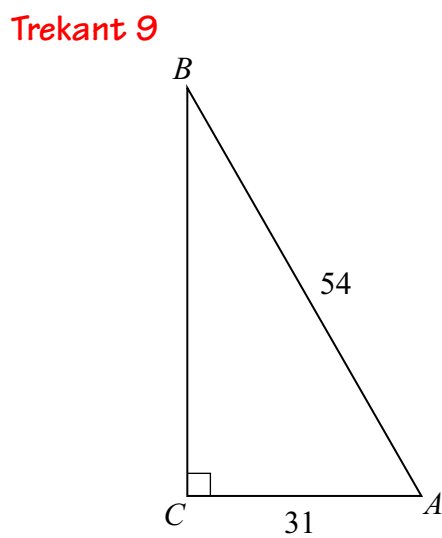
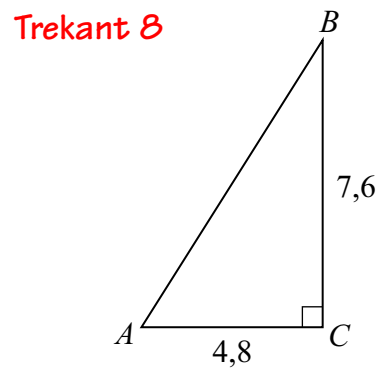
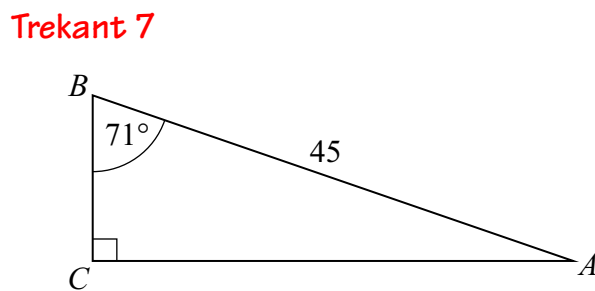
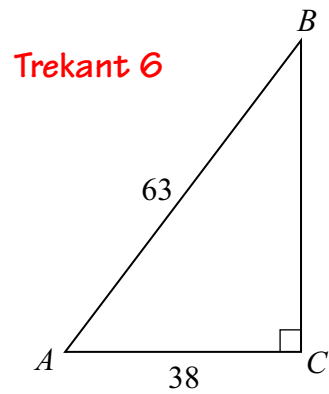
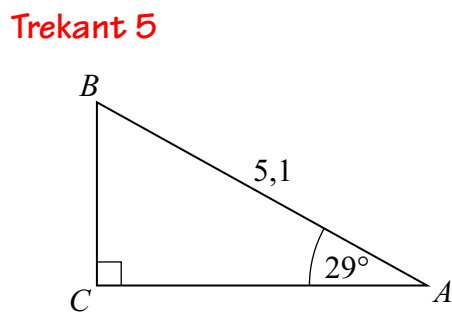
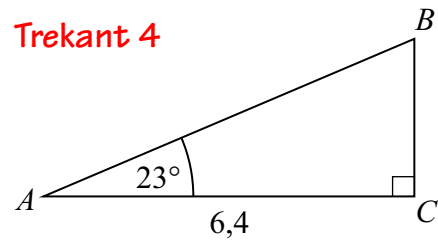
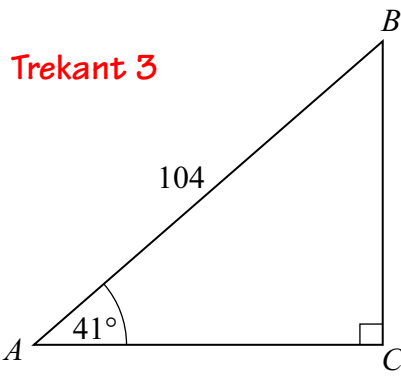
$$A = \cos^{-1}(0,5850) = 54,2^\circ$$

Bemærk, at du bør benytte mindst fire decimaler, når du regner med de trigonometriske funktioner – for at undgå at fejl bliver for store.

Opgave 1

Løs nedenstående opgaver i trekantene på næste side.

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| a) Bestem siden b i trekant 3. | e) Bestem siden b i trekant 7. |
| b) Bestem siden c i trekant 4. | f) Bestem vinklen A i trekant 8. |
| c) Bestem siden a i trekant 5. | g) Bestem vinklen A i trekant 9. |
| d) Bestem vinklen B i trekant 6. | h) Bestem siden c i trekant 10. |



Opgave 2

Løs nedenstående opgaver, idet du først skitserer en trekanten med de opgivne oplysninger. Sørg for, at den er nogenlunde realistisk i forholdene!

- a) I en retvinklet trekant er $a = 4,8$; $B = 32^\circ$; $C = 90^\circ$. Bestem siden c .
- b) I en retvinklet trekant er $b = 0,67$; $c = 1,04$; $C = 90^\circ$. Bestem vinklen A .
- c) I en retvinklet trekant er $c = 41$; $a = 23$; $C = 90^\circ$. Bestem vinklen A .
- d) I en retvinklet trekant er $b = 16,7$; $A = 82^\circ$; $C = 90^\circ$. Bestem siden a .
- e) I en retvinklet trekant er $b = 42$; $B = 68^\circ$; $C = 90^\circ$. Bestem siden a .
- f) I en retvinklet trekant er $b = 12,9$; $c = 18,7$; $C = 90^\circ$. Bestem vinklen B .

Opgave 3

I en retvinklet trekant oplyses det, at $a = 28$; $b = 35$; $C = 90^\circ$. Bestem de ukendte sider og vinkler i trekanten. Du bestemmer selv i hvilken rækkefølge. Du må også gerne gøre brug af Pythagoras' sætning samt udnytte vinkelsummen i en trekant.

Opgave 4

En retvinklet trekant er $b = 83$; $B = 38^\circ$; $C = 90^\circ$. Bestem de ukendte sider og vinkler i trekanten. Du bestemmer selv i hvilken rækkefølge. Du må også gerne gøre brug af Pythagoras' sætning samt udnytte vinkelsummen i en trekant.

Løsninger til opgave 1

- a) 78,5 e) 42,5
- b) 6,95 f) $57,7^\circ$
- c) 4,46 g) $55,0^\circ$
- d) $52,9^\circ$ h) 1597