

## Tillæg i mekanisk energi i Fysik C

Som bekendt har vi følgende formler for den *kinetiske energi* (bevægelsesenergi) og den *potentielle energi* (beliggenhedsenergi):

$$(1) \quad E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$(2) \quad E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

hvor  $m$  er massen,  $v$  er genstandens hastighed,  $g$  er tyngdeaccelerationen og  $h$  er højden i forhold til et valgt nulniveau. Jo mere fart en genstand har på, jo større kinetisk energi, og jo højere oppe en genstand befinder sig, jo større er dens potentielle energi. Den *mekaniske energi* er summen af den kinetiske og den potentielle energi:

$$(3) \quad E_{mek} = E_{kin} + E_{pot}$$

Der gælder følgende vigtige *bevarelsessætning*:

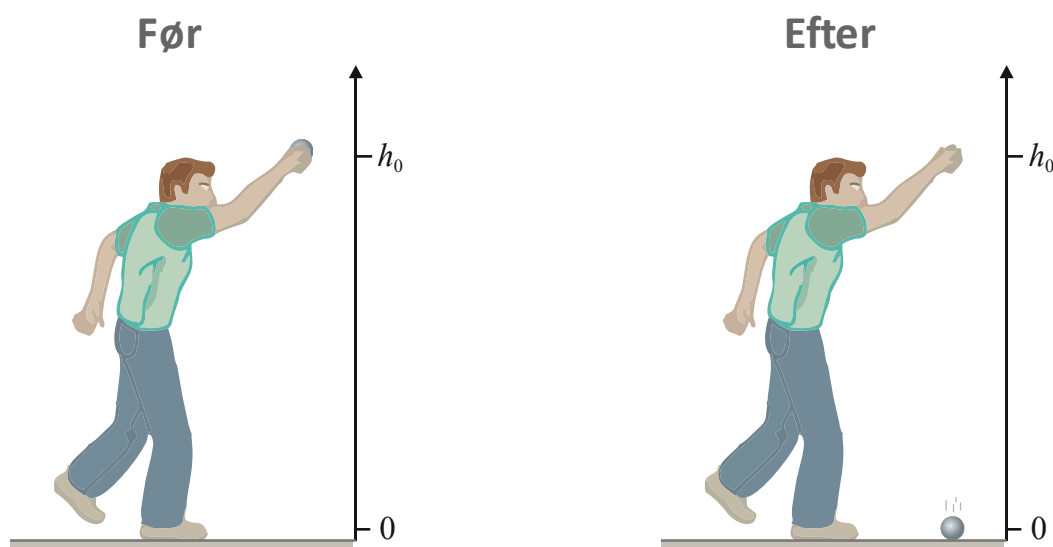
### Sætning (Mekanikkens energisætning)

For en partikel eller et legeme, som kun er påvirket af konservative kræfter, vil den mekaniske energi være bevaret.

Vi skal ikke gå dybt ind i hvad ordet "konservativ" dækker over, kun nævne at *tyngdekraften* er et eksempel på en konservativ kraft. Kræfter, som skyldes *gnidning* eller *luftmodstand*, er derimod *ikke* konservative. Vi skal se, hvordan bevarelsessætningen ovenfor kan benyttes til at bestemme ukendte størrelser i tilfældet med et *frit fald* (underforstået uden luftmodstand).

### Eksempel

En dreng slipper en bold med massen 300 g i en højde af 1,5 meter over jorden. Bestem boldens fart umiddelbart før den rammer jorden.



*Løsning:* For at undgå at sætte tal ind fra starten, kalder vi højden på de 1,5 m for  $h_0$ . Det er fornuftigt at se på situationen før og situationen efter. De er begge afbilledet i en figur på forrige side: I *før*-situationen holder drengen bolden i ro i hånden i højden  $h_0$ . I *efter*-situationen er bolden i et punkt lige før den rammer jorden. Vi kan opskrive et udtryk for den mekaniske energi før og efter. Vi vælger at sætte nulpunktet for potentiel energi til at være lige før bolden rammer jorden:

$$(4) \quad E_{mek, før} = E_{kin, før} + E_{pot, før} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 0^2 + m \cdot g \cdot h_0 = m \cdot g \cdot h_0$$

$$(5) \quad E_{mek, efter} = E_{kin, efter} + E_{pot, efter} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot 0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

hvor  $m$  er massen af bolden og  $v$  er boldens hastighed lige før den rammer jorden. Bemærk, at boldens fart er 0 lige i det øjeblik bolden slippes! Da den mekaniske energi er bevaret, kan vi sætte de to udtryk lig med hinanden og løse for den ubekendte  $v$ :

$$(6) \quad \begin{aligned} E_{mek, før} = E_{mek, efter} &\Leftrightarrow m \cdot g \cdot h_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ &\Leftrightarrow g \cdot h_0 = \frac{1}{2} \cdot v^2 \\ &\Leftrightarrow 2 \cdot g \cdot h_0 = v^2 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} = v \end{aligned}$$

NB! Man kan ret nemt vise, at svaret er uafhængig af hvilken højde man vælger til nulniveau for den potentielle energi! Det gælder derfor om at vælge et fornuftigt nulniveau, så regningerne bliver simple.

Vi kan nu sætte tal ind i udtrykket for  $v$  i (6):

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} = \sqrt{2 \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot 1,5 \text{ m}} = 5,43 \text{ m/s}$$

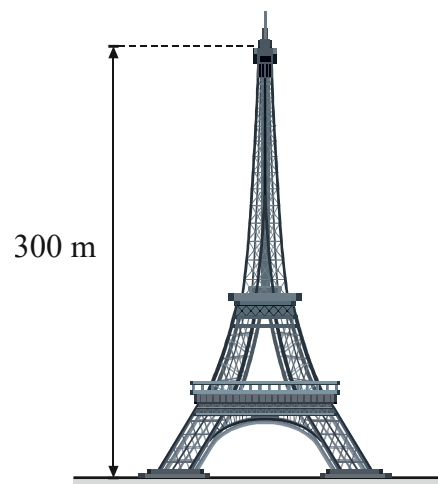
Boldens hastighed umiddelbart før den rammer jorden er derfor 5,43 m/s. Det bemærkes, at svaret er helt uafhængigt af boldens masse –  $m$  gik jo ud i reduktionen i (6)!

□

### Opgave 1

- En bold slippes fra toppen af Eiffeltårnet i Paris. Tårnet er ca. 300 meter højt. Benyt formlen fra (6) til at bestemme boldens fart lige før den rammer jorden. Omregn også til km/t.
- Hvad bliver hastigheden lige før bolden rammer jorden, hvis personen kaster bolden nedad med en starthastighed på  $v_0 = 12 \text{ m/s}$ ? *Hjælp:* Her skal du tænke (4), (5) og (6) forfra.

NB! Resultaterne bliver lidt urealistiske her, da man ikke kan se bort fra luftmodstanden ved så store hastigheder.



## Opgave 2

En person kaster en bold lodret op i luften med en begyndeshastighed på  $v_0 = 7,4$  m/s. Boldens masse er 125 g.

- a) Hvor højt når bolden op i luften i forhold til den højde, hvor bolden slippes?  
*Hjælp:* Indtegn en før og efter-situation i kasserne nedenfor. Hvad skal (4), (5) og (6) ændres til her? Sæt fysiske størrelser på. Hvad er den ubekendte? Hvilken højde er fornuftig at vælge som nulpunkt for potentiel energi?
- b) Hvilken fart har bolden, når den efter at have nået sit højeste punkt passerer hånden på vej nedad? Kan du spørgsmålet ved blot at argumentere?

Før	Efter