

Udregning af tangentens ligning – et eksempel

Opgave

Lad $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$. Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i følgende punkt på grafen: $P(2, f(2))$. Du skal gøre det manuelt.

Løsning

Vi vil bruge følgende færdige formel for tangenten, som vi allerede har bevist:

$$(1) \quad y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

Det meste her er konstanter, så hold tungen lige i munden. Husk desuden at når du er færdig, skal du have noget på formen $y = a \cdot x + b$, da en tangent er en ret linje. Det kan være fornuftigt først at udregne konstanterne ude i siden, og så først derefter begynde at sætte ind i formel (1). Vi får brug for at sætte ind i både udtrykket for $f(x)$ og i udtrykket for $f'(x)$. Så vi skal altså også differentiere. Vi starter:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5 \\ f'(x) &= 3x^2 - 2 \cdot 2x + 0 = 3x^2 - 4x \\ x_0 &= 2 \\ f(x_0) &= f(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 = 8 - 8 + 5 = 5 \\ f'(x_0) &= f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 = 12 - 8 = 4 \end{aligned}$$

Vi indsætter konstanterne i formel (1) og reducerer:

$$\begin{aligned} y &= f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0) \\ \Downarrow \\ y &= 4 \cdot (x - 2) + 5 \\ \Downarrow \\ y &= 4x - 8 + 5 \\ \Downarrow \\ y &= 4x - 3 \end{aligned}$$

Så ligningen for tangenten til grafen for f i $x_0 = 2$ er $y = 4x - 3$.

□