En ligning for tangenten

Sætning 1 (En ligning for tangenten)

Lad *f* være en funktion, som er differentiabel i x_0. Grafen for *f* har da en tangent i punktet $P_0(x_0, f(x_0))$ med ligning

(1) $$y = f'(x_0)\cdot(x-x_0)+f(x_0)$$

Bevis: Vi bruger den velkendte formel fra 1g for ligningen for en ret linje med hældning *a*, gående igennem punktet (x_0, y_0). Det eneste vi skal gøre, er at indsætte det vi ved: At tangenten går gennem punktet $(x_0, f(x_0))$ og at hældningen er lig med $f'(x_0)$:

(2) $$y = a\cdot(x-x_0)+y_0 \quad \Leftrightarrow \quad y = f'(x_0)\cdot(x-x_0)+f(x_0)$$

hvorefter det ønskede er vist. Bemærk lige, at det er *x* og *y*, som er variable i udtrykket (2), mens de øvrige størrelser blot repræsenterer konstanter!

□

Eksempel 2

Lad $f(x) = x^2 - x + 1$. Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet $x_0 = 2$.

Løsning: $f'(x) = 2x-1$. Dermed haves $f(2) = 2^2 - 2 + 2 = 3$ og $f'(2) = 2\cdot 2 - 1 = 3$. Det giver os følgende resultat:

(3) $$y \;=\; f'(2)\cdot(x-2)+f(2) \;=\; 3\cdot(x-2)+3 \;=\; 3x-3$$

En ligning for tangenten i punktet $P_0(2,3)$ er altså $y = 3x-3$.