Simple lineære modeller

Eksempel 1 (Opstille simpel lineær model)

En kunde hos et elselskab skal betale et fast månedligt abonnement på 600 kr. Derudover skal kunden betale 1,35 kr. pr. kWh energi, denne forbruger.

a) Opstil en simpel lineær model, som angiver kundens månedlige udgifter til el som funktion af den forbrugte mængde energi i perioden.

b) Hvad koster det, hvis man på en måned bruger 200 kWh?

c) Hvor mange kWh kan man bruge på en måned for 1000 kr.?

Løsning:

a) x : Antal brugte kWh.
y : Den samlede månedlige pris i kr.

Man får den månedlige pris ved at gange antal kWh med prisen for 1 kWh og derefter ligge det faste gebyr til. Altså alt i alt:

$$y = 1{,}35 \cdot x + 600 \quad (\text{eller } f(x) = 1{,}35 \cdot x + 600\,)$$

b) $y = 1{,}35 \cdot 200 + 600 = 870$ (eller $f(200) = 1{,}35 \cdot 200 + 600 = 870$)
Det koster altså 870 kr. hvis man bruger 200 kWh.

c) Vi skal løse en ligning: $y = 1000$ (eller $f(x) = 1000$)

$$
\begin{aligned}
y &= 1000 \\
&\Updownarrow \\
1{,}35x + 600 &= 1000 \\
&\Updownarrow \\
1{,}35x &= 400 \\
&\Updownarrow \\
x &= \frac{400}{1{,}35} = 296
\end{aligned}
$$

Man kan altså bruge 296 kWh på en måned for en betaling af 1000 kr.

□

Opgave 2

Stænglen på en plante har, da den købes hos en gartner, en længde af 45 cm. For hver måned, der går, vokser stænglen med 2,7 cm.

a) Opstil en lineær model, som angiver stænglens længde i cm, som funktion af tiden i måneder.

b) Hvor lang er stænglen 1 år efter købet?

c) Hvor lang tid skal der gå efter købet, før stænglens længde er 80 cm?

Opgave 3

En anden plante købes samtidigt med planten fra opgave 2. Den er fra starten 31 cm høj og vokser med 3,2 cm pr. måned. Hvornår er de to planter lige høje?

Opgave 4

Mobiludbyder A tilbyder følgende abonnement: Fast månedligt gebyr på 80 kr. og derefter 0,12 kr. pr. minut taletid. Mobiludbyder B tilbyder et fast månedligt gebyr på 135 kr. og fri taletid.

(NB! For at det ikke bliver for kompliceret, ser vi her bort fra data, som kan være en anden variabel, som kan indgå i et abonnement)

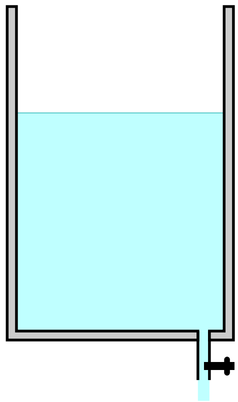
a) Opstil en lineær model, som angiver det månedlige abonnement i kr. som funktion af taletiden i minutter for både mobiludbyder A og mobiludbyder B.

b) Hvor meget koster det at tale 6 timer i telefon med mobiludbyder A?

c) Hvor lang tid kan man tale i telefon pr. måned for 175 kr., med mobiludbyder A?

d) Hvor meget skal man tale i telefon, før mobiludbyder B bliver billigst?

Opgave 5



Der er 50 liter vand i en beholder. Der tappes vand fra beholderen med en konstant hastighed på 2,5 liter i timen.

a) Opstil en simpel lineær model, som beskriver indholdet af vand i beholderen som funktion af tiden efter start.

b) Hvor meget vand er der i beholderen efter 3,5 timer?

c) Hvornår er der 20 liter vand tilbage i beholderen?

d) Hvor længe går der, før beholderen er tom?

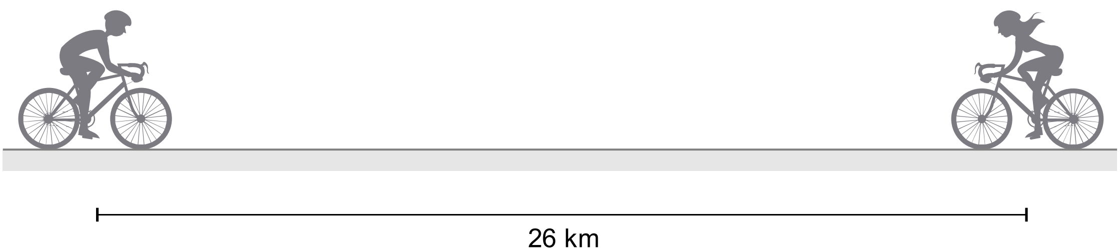
Opgave 6 (Lidt sværere ekstraopgave – Frivillig)

Thomas cykler med en hastighed af 28 km/t fra Haderslev mod Aabenraa. Marianne cykler med en hastighed af 22 km/t fra Aabenraa mod Haderslev. De to starter samtidigt.

a) Hvor lang tid går der, før de mødes på landevejen mellem de to byer?

b) Hvor langt fra Haderslev er Thomas da kommet?

Hjælp: Opskriv lineære modeller for Thomas’ og Mariannes bevægelse og løs en ligning!



Eksempel 7 (Fortolkning af *a* og *b* i simpel lineær model)

Prisen for at køre med taxi for et taxifirma i en bestemt by kan beregnes ved hjælp af forskriften:

$$f(x) = 16x + 40$$

hvor x er antallet af kørte km, og $y = f(x)$ er den samlede pris i kr. Giv en fortolkning af 16 og 40 i den lineære model.

Løsning: Når vi indsætter 0 i forskriften, får vi 40: $f(0) = 16 \cdot 0 + 40 = 40$. Det svarer til, at der slet ikke er kørt endnu. Derfor tolkes konstantleddet derved, at startgebyret for taxikørslen er 40 kr. Hældningskoefficienten 16 angiver som bekendt y-tilvæksten for en x-tilvækst på 1. Det betyder, at km-prisen er 16 kr. Bemærk, at enheden for hældningskoefficienten altid er enheden på y-aksen divideret med enheden på y-aksen.

NB! ”Taxi-modellen” er et klassisk eksempel på en lineær model. Som mange modeller, har den dog et aspekt, som den ikke tager højde for. Det er her: Tiden! Når man holder for rødt, tikker taxameteret normalt i den virkelige verden.

Opgave 8

I perioden fra 2010 til 2016 udviklede indbyggertallet i en by sig lineært således:

$$f(x) = 80x + 6400$$

Hvor x er antal år efter 2010 og $f(x)$ er antal indbyggere i byen.

a) Giv en fortolkning af tallene 80 og 6400. Hvad fortæller de hver især?

Opgave 19

Som bekendt falder temperaturen, når man stiger op igennem atmosfæren. Der gælder en approksimativ (tilnærmet) lineær model for temperaturvariationen i de nederste 10 km at atmosfæren kaldet *Troposfæren*: $f(x) = a \cdot x + b$. En dag gælder et sted over Jorden følgende lineære model:

$$f(x) = -6{,}5\,x + 19$$

Hvor x er antal km over havniveau og $f(x)$ er lufttemperaturen i °C.

a) Giv en fortolkning af tallene –6,5 og 19. Hvad fortæller de?

b) Hvor højt skal man op i atmosfæren, før temperaturen når frysepunktet?

Opgave 10

Forbrændingen af alkohol i et menneske foregår nogenlunde lineært med tiden. Hvor hurtigt det sker, afhænger blandt andet af personens vægt. Albert indtager noget alkohol en aften og hans promille som funktion af tiden kan beskrives ved følgende lineære model:

$$f(x) = -0,15x + 0,8$$

hvor x er tiden efter kl. 20, regnet i timer og $f(x)$ er promillen i blodet.

a) Giv en fortolkning af tallene –0,15 og 0,8.

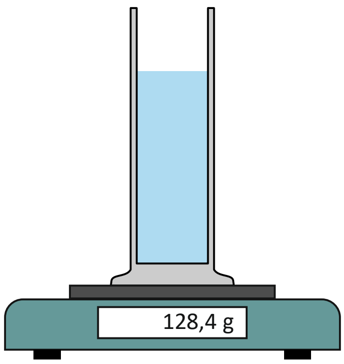
b) Hvornår på aftenen/natten er hans promille nede på 0?

Opgave 11

Et bægerglas med en væske i vejes på en vægt. Der gælder følgende lineære sammenhæng mellem vægtens visning og den mængde væske, som hældes i bægerglasset:

$$f(x) = 0,79x + 0,15$$

hvor x er det antal liter væske, der hældes i bægerglasset og $f(x)$ er den samlede vægt i kg af væske og bægerglas.



a) Giv en fortolkning af tallene 0,79 og 0,15.