

Opgaver i tangenter til grafer

Vi skal bruge formelen i nedenstående sætning til at bestemme tangentligninger. Nogle opgaver er uden hjælpemidler og har derfor en tom kasse til at skrive i. I andre opgaver skal man løse opgaver i Maple. Først gives der dog et eksempel, hvor det vises, hvordan man kan løse en opgaven uden hjælpemidler.

Sætning (En ligning for tangenten)

Lad f være en funktion, som er differentiabel i x_0 . Grafen for f har da en tangent i punktet $P_0(x_0, f(x_0))$ med ligning

$$(1) \quad y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

Eksempel

Givet funktionen $f(x) = \frac{1}{4}x^2$.

- Angiv differentialkvotienten $f'(x)$.
- Bestem en ligning for tangenten til grafen i punktet $P(4, f(4))$.
- Grafen for f har en tangent med hældningen -1 . Bestem x -koordinaten for røringspunktet for tangenten.

Løsning:

- Ifølge formelsamlingen fås: $f'(x) = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot x^{2-1} = \frac{1}{2}x$.
- For $x_0 = 4$ bliver (1) til $y = f'(4) \cdot (x - 4) + f(4)$. Vi skal kende både funktionsværdien i 4 og differentialkvotienten i 4, så vi indsætter 4 i både $f(x)$ og $f'(x)$:

$$\begin{aligned} f(4) &= \frac{1}{4} \cdot 4^2 = \frac{1}{4} \cdot 16 = 4 \\ f'(4) &= \frac{1}{2} \cdot 4 = 2 \end{aligned}$$

Disse værdier indsættes i tangentialigningen:

$$\begin{aligned} y &= f'(4) \cdot (x - 4) + f(4) \Leftrightarrow \\ y &= 2 \cdot (x - 4) + 4 \Leftrightarrow \\ y &= 2x - 8 + 4 \Leftrightarrow \\ y &= 2x - 4 \end{aligned}$$

- Da tangenthældningen er differentialkvotienten, skal vi løse ligningen $f'(x) = -1$:

$$f'(x) = -1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = -1 \Leftrightarrow x = -2$$

Så røringspunktet har x -koordinat 2.

Opgave 1

Lad $f(x) = x^3$.

- Angiv differentialkvotienten $f'(x)$.
- Bestem en ligning for tangenten til grafen i punktet $P(2, f(2))$.
- Grafen for f har en tangent med hældningen -3 . Bestem x -koordinaten for røringspunktet for tangenten.

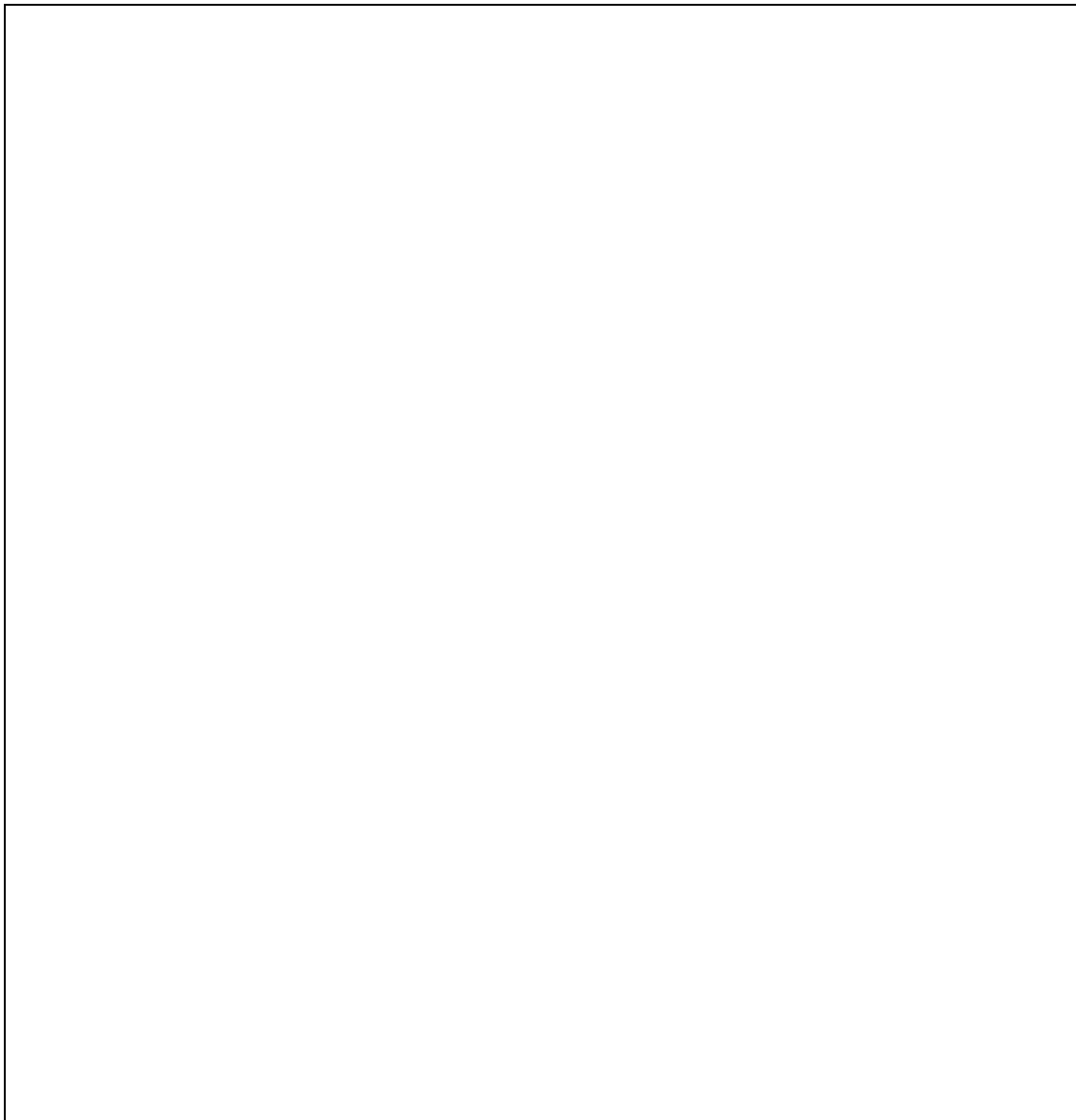
**Opgave 2**

Benyt Maple til at tegne grafen for f og tangenten i P fra opgave 1 i samme koordinatsystem.

Opgave 3

Lad $f(x) = 4 \cdot \sqrt{x}$.

- Angiv differentialkvotienten $f'(x)$.
- Bestem en ligning for tangenten til grafen i punktet $P(4, f(4))$.

**Opgave 4**

Benyt Maple til at tegne grafen for f og tangenten i P fra opgave 3 i samme koordinatsystem.

Opgave 5

Lad $f(x) = \frac{1}{6}x^3$.

- Angiv differentialkvotienten $f'(x)$.
- Bestem en ligning for tangenten til grafen i punktet $P(1, f(1))$.
- Grafen har et andet punkt, hvori tangenten har samme hældning som den fra b). Bestem dette andet grafpunkt.

**Opgave 6**

Benyt Maple til at tegne grafen for f og tangenten i P fra opgave 5 i samme koordinatsystem.